Шкерин
Андрей Викторович

Солитоны и их классическая устойчивость в теориях комплексного скалярного поля с глобальной $U(1)$-симметрией

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук.

Научный руководитель:

Нугаев Эмин Яткярович, кандидат физ.-мат. наук., Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН), старший научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Арефьева Ирина Ярославна, доктор физ.-мат. наук., Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук" (г. Москва), ведущий научный сотрудник;

Ахмедов Эмиль Тофикович, доктор физ.-мат. наук, доцент, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (Государственный университет)», Лаборатория физики высоких энергий, ведущий научный сотрудник.

Ведущая организация:

Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ), г. Дубна

Защита состоится ____________________ в _______ часов на заседании диссертационного совета Д002.119.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН), расположенном по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, д. 7а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН или на официальном сайте ИЯИ РАН по адресу: http://www.inr.ru/rus/referat/dis-zasch.html

Автореферат разослан

Ученый секретарь диссертационного совета Д002.119.01

д. ф.-м. н., чл.-корр. РАН С.В. Троицкий

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Солитон — это решение классических уравнений движения, представляющее собой локализованный сгусток поля, чья форма не меняется со временем и сохраняется при движении объекта [1,2][1]. Солитоны являются одними из центральных объектов для изучения в современной физике. Они применяются во многих ее областях, от нелинейной оптики и физики конденсированных сред до астрофизики и космологии [4–6]. Задачи, связанные с солитонами, представляются поэтому весьма актуальными, несмотря на накопленный за долгое время внушительный объем знаний о них.

Большой класс классических конфигураций составляют т. н. нетопологические солитоны [7]. Это конфигурации, существование и устойчивость которых определяются не топологическими свойствами полей на больших расстояниях (как для топологических решений), а наличием в теории сохраняющихся величин, являющихся следствием (глобальных или локальных) симметрий. Один из наиболее изученных типов нетопологических солитонов возникает в теориях комплексного скалярного поля с глобальной $U(1)$-инвариантностью. Эти решения называются Q-шары [8,9][2]. Однако, Q-шарами обычно не исчерпывается спектр классических решений теории, и наряду с ними существуют другие виды заряженных по $U(1)$ конфигураций, к примеру, однородные решения, представляющие собой конденсат скалярного поля. Имеет смысл поэтому ввести общее название для всех таких конфигураций, и в дальнейшем мы будем пользоваться термином “Q-вещество” для их обозначения.

Q-шарам и схожим с ними видам Q-вещества посвящено множество работ. Они являются предметом интенсивного изучения

[1] Математически приведенные условия определяют “уединенную волну” или “lump” [3]. В физике, однако, обычно не делают терминологического различия между уединенными волнами и солитонами в строгом смысле слова.

[2] В случае локальной $U(1)$-симметрии говорят о “калибровочных Q-шарах” [10, 11].

с 60-х годов XX века, начиная с классической работы Дж. Розена о “частице-подобных” решениях нелинейных уравнений комплексного скалярного поля [8]. Тем интереснее отметить, что многие важные вопросы, связанные с Q-шарами, до сих пор не разрешены. В данной диссертации мы отвечаем на некоторые из таких вопросов и формулируем ряд новых, на наш взгляд, актуальных и интересных проблем.

Анализ классических решений типа Q-шаров в релятивистских квантовых теориях поля представляет несомненный интерес с точки зрения как теории, так и феноменологии и эксперимента. В самом деле, Q-шары нашли многочисленные применения в физике высоких энергий. Они предсказываются в моделях физики за пределами Стандартной модели [12], используются при изучении ряда вопросов в космологии и астрофизике (бариогенезис [13], фазовые переходы в ранней Вселенной [14], темная материя [15], альтернатива черным дырам [16]). Кроме того, существование Q-шаров обсуждается в конденсированных средах [17].

Преимуществом Q-шаров и других видов Q-вещества является относительная простота их изучения. В ряде моделей эти решения могут анализироваться аналитическими методами [18]. Многие их свойства, включая классическую устойчивость, можно изучать без привлечения трудоемких численных методов, по крайней мере, в некоторых диапазонах параметров теорий. С другой стороны, Q-шары являются прототипами более сложных объектов, возникающих как в релятивистской теории поля, так и за ее пределами. К примеру, некоторые типы бозе-звезд — решений совместных уравнений скалярного поля и гравитации [19,20] — переходят в Q-шары в пределе $M_P \to \infty$. Бозе-звезды изучаются чрезвычайно интенсивно в последнее время в связи с их значимостью для космологии и астрофизики (упомянем их возможную роль в формировании структур, темной материи и альтернативам черных дыр). А, скажем, в нелинейной оптике объектами, близкими по свойствам к Q-шарам, являются оптические солитоны, например, “фотонные пули” [21], важные для реализации логических операций на основе света. Также находят теоретико-полевые аналоги решения нелинейного уравнения Шредингера типа “ярких солитонов” и “темных солитонов” [22]. Таким образом, изучение свойств Q-вещества может представлять интерес для самых разных областей теоретического знания и эксперимента.

Цели и задачи диссертационной работы

Большая группа вопросов, изучаемых в диссертации, касается классической устойчивости различных видов Q-вещества. Одним из них являются Q-трубки — протяженные аксиально-симметричные объекты в трех пространственных измерениях, обладающие угловым моментом [23]. Нашей целью является изучение классической устойчивости этих объектов в теории, допускающей аналитическое решение. При этом мы ограничимся возмущениями, не нарушающими аксиальную симметрию задачи, так что из рассмотрения выпадает, например, нестабильность, приводящая к разлому трубки в некоторой точке на ее оси.

Следующая важная цель диссертации — продемонстрировать, что для теорий комплексного скалярного поля обычной является ситуация, когда при одних и тех же параметрах теории существуют устойчивые Q-шары и устойчивые однородные решения — заряженный скалярный конденсат. Это, в действительности, нетривиальное свойство приводит к появлению множества задач, связанных с динамикой разных видов Q-вещества, которые можно изучать в рамках одной теории и которые могут быть интересны с точки зрения феноменологии.

Одна из таких задач заключается в прояснении роли неустойчивых Q-шаров (известных также под названием “Q-клауды” [24]) в динамических переходах между различными видами классических решений. Наша цель здесь — использовать точно решаемую модель, чтобы продемонстрировать, что для теорий, содержащих

Q-шары, характерно тройное вырождение решений по заряду, по крайней мере, в пределе больших зарядов. При этом два решения (конденсат и Q-шар) классически устойчивы, в то время как третье (Q-клауд) неустойчиво. Более того, из трех решений Q-клауд имеет наибольшую энергию[3]. Это позволяет нам предположить, что Q-клауды аналогичны сфалеронам, и что распад устойчивого конденсата в Q-шары может идти через туннелирование под барьером, вершина которого определяется Q-клаудом[4]. Мы проведем лишь поверхностное обсуждение этого вопроса.

Другая задача, связанная с устойчивым конденсатом, — это изучение локальных нелинейных неоднородностей на фоне однородного решения. Эти неоднородности могут представлять собой разрежения или, наоборот, сгущения плотности заряда конденсата. Нашей целью является выяснение условий, при которых возможно существование этих объектов, и обсуждение их основных свойств на нескольких простых примерах теорий со скалярным потенциалом специального вида. В частности, интересно выявить их сходства и различия с обычными Q-шарами и поставить вопрос о роли таких решений в динамических процессах, включающих конденсат и Q-шары.

Важным также является вопрос о стабильности нелинейных неоднородностей конденсата. В данной диссертации приводятся некоторые соображения в пользу классической неустойчивости этих объектов и кратко обсуждаются задачи, требующие дальнейшего исследования в этом направлении.

Еще одной целью диссертации является изучение спектра линейных возмущений над устойчивыми Q-шарами. Мы используем теории, допускающие аналитический анализ, для выявления свойств спектра в теории с плоским и полиномиальным потенциалами. В част-

[3] Говоря о конденсате, мы имеем в виду, что на систему наложены граничные условия, при которых энергия и заряд однородного решения конечны, см. описание секции 2.2.

[4] Заметим, что топологические солитоны обсуждались в качестве сфалеронов в ряде моделей [25].

ности, интересно выяснить модельно-независимые свойства спектра у нижней границы диапазона частот, где может быть справедливо приближение тонкой стенки, а также особенности вибрационных мод Q-шаров вблизи границы их классической устойчивости.

Научная новизна и практическая значимость

Как уже отмечалось, существует обширная библиография, посвященная объектам типа Q-шаров, и многие их свойства хорошо известны. В такой ситуации обнаружение новых видов Q-вещества, не изучавшихся ранее в рамках теоретико-полевого подхода, но имеющих аналоги, например, в теории нелинейного уравнения Шредингера, представляет несомненный интерес. Используемые нами методы исследования классических решений (например, мы используем аналогию с движением частицы в классической механике для установления условий существования новых решений) не новы; их, однако, оказывается вполне достаточно для первичного анализа[5].

Классическая устойчивость Q-трубок в аналитическом виде ранее не изучалась. Тем не менее, это представляется важной задачей, поскольку Q-трубка является глобальным нетопологическим аналогом калибровочного вихря. Известно, что вихрю с большим магнитным моментом энергетически выгоден распад в набор вихрей с меньшими моментами [26]. Мы показываем, что и трубки с большим угловым моментом неустойчивы уже относительно возмущений, сохраняющих аксиальную симметрию. Это интересный пример того, как солитоны разной природы могут быть схожи во многих аспектах.

Теории, в которых одновременно устойчивыми являются и Q-шары и скалярный конденсат, могут быть релевантными для космологии. Представление о Q-клаудах как о сфаллеронах является новым.

[5] Заметим, что “механическая аналогия” используется нами для построения аналитического решения там, где это возможно. Что касается численных методов, то для нахождения монотонного профиля солитона удобно использовать т. н. “шутинг”, который, в сущности, использует ту же идею с движением механической частицы в некотором эффективном потенциале.

Возможно, это знание можно применить в практических задачах, таких, например, как динамика конденсата поля (комплексного) инфлатона в ранней Вселенной. Кроме того, здесь имеется и теоретический интерес: анализ квантового распада устойчивого Q-шара. Этот вопрос лишь недавно был строго исследован в работе [27]. Таким образом, результаты диссертации могут быть значимы для задач, связанных с динамикой различных классических решений уравнений поля.

В диссертации также ставится ряд вопросов, не изучавшихся ранее. Один из них связан с классической устойчивостью неоднородностей на фоне (устойчивого) конденсата скалярного поля. Список возникающих здесь тем для исследования весьма обширен (упомянем, например, анализ гравитационно-волновых сигналов, образующихся в процессе распада неоднородностей, по аналогии с распадом самого конденсата в Q-шары [28]), что указывает на теоретическую значимость данного вопроса.

Результаты изучения спектров возмущений над устойчивыми Q-шарами могут быть полезны при исследовании более сложных объектов, интересных с точки зрения феноменологии, к примеру, бозе-звезд. Это тем более важно, что аналитический анализ подобных объектов сильно затруднен из-за динамической гравитации. Например, кажется значимым, что для возмущений с малыми относительными частотами справедлива теория возмущений, позволяющая получить простые выражения для мод спектра. Далее, интересно заметить, что Q-шары с большими зарядами в теории с плоским потенциалом содержат мягкие моды в спектре возмущений.

Апробация результатов

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 работах в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК [29–31], и в 1 препринте [32], а также доложены на международных конференциях "Кварки-2014" (Суздаль, 2-8 июня 2014), "Кварки-2018" (Валдай, 27 мая-2 июня 2018), научных семинарах “Geometry and Dynamics” (EPFL, Швейцария, 19 ноября 2014), “Skience” (Cran Montana, Швейцария, 2 февраля 2015), конференции “Молодые ученые-2014” (Москва, 14-15 апреля 2014), научных семинарах ИЯИ, МИАН, ОИЯИ.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 4-х глав основного текста, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 114 страниц, включая 37 рисунков. Библиография включает 109 наименований на 9 страницах.

Содержание работы

Введение содержит краткий обзор основных вопросов, связанных с солитонами. Особое внимание уделяется нетопологическим солитонам типа Q-шаров. Затем мы кратко обсуждаем темы, затрагиваемые в диссертации, и приводим мотивацию к изучению вопросов, которым посвящена диссертация.

В первой главе анализируется классическая устойчивость протяженных аксиально-симметричных объектов в трех пространственных измерениях, известных под названием Q-трубок. Полевой анзац Q-трубки имеет вид

$$\phi = f(r)e^{i\omega t}e^{in\varphi}, \quad r = \sqrt{x^2+y^2}\,, \tag{1}$$

где ω — фазовая частота солитона и n — целое число. Отличительной особенностью Q-трубок является наличие углового момента $J \sim n$. В качестве модели для их исследования мы выбираем теорию комплексного скалярного поля с потенциалом в виде двух параболических ветвей,

$$V(|\phi|) = M^2\phi\phi^*\theta\left(1-\frac{\phi\phi^*}{v^2}\right)+(m^2\phi\phi^*+\Lambda)\theta\left(\frac{\phi\phi^*}{v^2}-1\right), \tag{2}$$

где параметр Λ определяется из непрерывности потенциала в точке $|\phi| = v$,

$$\Lambda = v^2(M^2 - m^2)\ . \tag{3}$$

Оказывается, что как классические решения, так и малые возмущения над ними могут быть изучены аналитически в теории с потенциалом (2).

Мы начинаем в секции 1.2 с построения явных решений для Q-трубок, а затем выявляем их основные свойства. Основные характеристики солитона — его энергия E, глобальный заряд Q и угловой момент. Многие свойства Q-трубок, такие как, например, соотношение между энергией и зарядом

$$\frac{dE}{d\omega} = \omega\frac{dQ}{d\omega} \tag{4}$$

аналогичны свойствам Q-шаров. Можно ожидать, однако, что поведение трубок под действием малых (линейных) возмущений, не сохраняющих угловой момент, отличается от поведения Q-шаров. Как известно, для последних выполняется критерий устойчивости Вахитова-Колоколова: решение стабильно, если

$$\frac{\partial^2 E}{\partial Q^2} < 0\ . \tag{5}$$

Мы ожидаем, что трубки с большим угловым моментом неустойчивы во всем диапазоне частот и распадаются в конфигурации с маленьким моментом. Эта ситуация аналогична топологическому вихрю с магнитным моментом $n\Phi_0$, для которого энергетически выгоден распад в n вихрей с моментом Φ_0. Аналогия с вихрем и мотивирует нас исследовать классическую устойчивость Q-трубок.

Секция 1.3 посвящена изучению стабильности решений в выбранной модели. Мы используем следующий анзац для малого возмущения h над фоновым решением[6]

$$h = e^{i\omega t + in\varphi}\sum_{l=0}^{\infty}\left(c_1^l(r)e^{i(\alpha t + l\varphi)} + c_2^{l*}(r)e^{-i(\alpha^* t + l\varphi)}\right), \tag{6}$$

[6] Анзац (6) не позволяет исследовать интересный вопрос о (не)устойчивости трубки относительно возмущений, неоднородных вдоль ее оси симметрии Oz.

где $c^{l}_{1,2}(r)$ — некоторые, вообще говоря, комплексные, функции и α — комплексное число. Подстановка (6) в линеаризованные уравнения движения приводит к уравнениям на $c^{l}_{1,2}(r)$, которые, в силу выбора потенциала, могут быть решены аналитически. Говоря более точно, дифференциальные уравнения на $c^{l}_{1,2}(r)$ в потенциале (2) сводятся к системе линейных уравнений в точке сшивки параболических ветвей. Условие разрешимости этой системы определяет множество допустимых значений α.

Мы показываем, что для трубок с $J=0$ значения α с ненулевой мнимой частью (точнее, чисто мнимые α) существуют тогда и только тогда, когда выполняется (5). Соответствующая распадная мода сферически-симметрична. Этот результат аналогичен таковому для Q-шаров, что следует ожидать, поскольку трубки с $J=0$ аналогичны (2+1)-мерным Q-шарам. В то же время, трубки с $J \neq 0$ разваливаются возмущениями с ненулевым моментом вне зависимости от их частоты. Таким образом, солитоны с ненулевым угловым моментом классически неустойчивы, как и предполагалось.

В заключении к главе мы кратко обсуждаем полученные результаты и аргументируем, что аналитический анализ, приведенный нами для кусочно-параболического потенциала (2), в действительности справедлив и в общем случае.

Во второй главе предметом исследования являются отношения между классически устойчивыми Q-шарами, неустойчивыми Q-клаудами и устойчивым скалярным конденсатом. На примере простых моделей, допускающих аналитическое исследование, мы аргументируем, что Q-клауд — седловая точка функционала энергии, находящаяся на вершине энергетического барьера, разделяющего однородное и неоднородное решения. Таким образом, возможно туннелирование между этими решениями, а в среде с высокой температурой амплитуда перехода между ними дается формулой Аррениуса.

Секция 2.1 носит ознакомительный характер, в ней мы кратко напоминаем свойства Q-шаров и Q-клаудов в 3+1 измерениях в теории с кусочно-параболическим потенциалом (2), в частности, вид зависимостей энергии решения от заряда. Также обсуждается классическая устойчивость конденсата, которая необходима для рассмотрения подбарьерного перехода.

В секции 2.2 мы ограничиваемся одним пространственным измерением и включаем в рассмотрение скалярный конденсат. Так как в бесконечном пространстве энергия и заряд последнего также бесконечны, для изучения конденсата на равных основаниях с солитонами необходимо "регуляризовать" эти величины. Мы осуществляем регуляризацию путем наложения периодических граничных условий и, таким образом, переходим к анализу различных видов Q-вещества, "компактифицированных" на окружности длины L. В конечном счете, нас интересуют те решения, которые не зависят от L в пределе $L \to \infty$. Тем не менее, некоторые свойства Q-шаров и Q-клаудов на компактном пространстве интересны сами по себе. В частности, мы обнаруживаем, что имеется критическая длина L_c такая, что при $L < L_c$ теория не содержит устойчивых Q-шаров.

В секции 2.3 мы исследуем классическую устойчивость Q-шаров на окружности и убеждаемся в справедливости критерия (5) для них. Это согласуется с тем, что некоторые из конфигураций сохраняют конечные энергию и заряд в пределе $L \to \infty$ и переходят в обычные решения, для которых выполнение (5) установлено. Наконец, в секции 2.4 вычисляется энергетический зазор ΔE между устойчивым конденсатом и Q-клаудом в режиме больших Q и приводится аргумент, что при больших температурах вероятность перехода между конденсатом и лежащим ниже по энергии Q-шаром того же заряда дается выражением

$$\Gamma \sim e^{-\Delta E/T}, \tag{7}$$

где T — температура среды.

Третья глава посвящена изучению новых видов Q-вещества. Они представляют собой локальные нелинейные неоднородности в скалярном конденсате — “ямы” (“Q-дырки”) или, наоборот, “сгущения” (“Q-балджи”) плотности заряда. Полевой анзац таких солитонов идентичен анзацу для Q-шара:

$$\phi = f(r)e^{i\omega t} \ . \tag{8}$$

Оказывается, что при достаточно общих предположениях о скалярном потенциале, теория допускает существование как Q-шаров, так и Q-дырок. Разные виды решений характеризуются разными (дополнительными друг другу) диапазонами частот ω. Неудивительно поэтому, что многие свойства указанных типов Q-вещества идентичны.

В секции 3.2 выводятся условия существования Q-дырок и Q-балджей. Для этого мы используем “механическую аналогию” — формальную эквивалентность между уравнением на профиль солитона f и уравнением движения классической частицы единичной массы в потенциале

$$U(f) = \frac{1}{2}\left(-V(f) + \omega^2 f^2\right) \ , \tag{9}$$

где V — исходный потенциал теории. Несмотря на простоту, механическая аналогия позволяет установить общие условия наличия разных видов солитонов и допустимые значения их частот. Поскольку Q-дырки и Q-балджи существуют на фоне конденсата, их энергия и заряд бесконечны в бесконечном пространстве. Как отмечалось выше, в главе 2 мы сталкиваемся с той же проблемой при обсуждении самого конденсата. В данной главе в качестве “регуляризации” энергии и заряда солитона мы берем их относительно соответствующих величин фонового однородного решения[7],

$$E_{ren} = E - E_c \, , \qquad Q_{ren} = Q - Q_c \ . \tag{10}$$

[7] Этому определению можно придать точный смысл, если рассмотреть сначала систему в “ящике” длины L, а затем устремить L к бесконечности.

Мы показываем далее, что многие свойства E и Q, выполняющиеся для Q-шаров, справедливы также для E_{ren} и Q_{ren} Q-дырок и Q-балджей.

В секции 3.3 мы опять используем потенциал в виде двух параболических ветвей, чтобы построить аналитические решения для Q-дырок в 1+1 и 3+1 измерениях. Эти решения выбираются для более детального изучения, потому что для них E_{ren} в общем случае не является положительно определенной, что делает Q-дырки сравнительно интереснее Q-балджей[8]. Для существования локальной неоднородности конденсата необходимо, чтобы сам конденсат был классически устойчив. Мы проверяем это явно в нашем примере.

В секции 3.4 изучается еще одна теория, в которой одновременно существуют Q-шары, устойчивый конденсат и Q-дырки, погруженные в конденсат. На этот раз мы используем потенциал степенного вида. Отличие степенного потенциала от кусочно-параболического проявляется, во-первых, в разной структуре $E(Q)$-зависимостей для Q-шаров (для первой модели характерно ограничение сверху на энергию и заряд солитона — "касп справа", в то время как для второй имеется ограничение снизу — "касп слева"), и, во-вторых, в разных знаках относительной энергии Q-дырок у границ допустимого диапазона частот ($E_{ren} > 0$ и $E_{ren} < 0$, соответственно). Таким образом, знак E_{ren} определяется свойствами скалярного потенциала. В то же время, многие другие свойства Q-дырок (к примеру, соотношение (4)) модельно-независимы.

В секции 3.5 обсуждается классическая устойчивость Q-дырок и Q-балджей. Мы приводим аргумент в пользу того, что эти решения неустойчивы. Вкратце, ввиду локального характера неоднородности, энергия и заряд решения мало отличаются от энергии и заряда фонового конденсата, $E \approx E_c$, $Q \approx Q_c$. Условие устойчивости последнего, сформулированное в терминах $dE_c/d\omega$ и $dQ_c/d\omega$, оказывается про-

[8] Кроме того, существование Q-балджей накладывает более сильные ограничения на скалярный потенциал.

тивоположным условию (5). Это является указанием на нестабильность Q-дырок и Q-балджей. Впрочем, они могут быть достаточно долгоживущими. С другой стороны, неустойчивость этих решений означает, что они могут играть важную роль в качестве промежуточных состояний при переходах между другими видами Q-вещества.

В заключении к главе 3 мы обсуждаем некоторые вопросы, возникающие при изучении Q-дырок и Q-балджей и требующие дальнейшего исследования. Одним из таких вопросов является задача квантования классического решения. Эта задача нетривиальна в силу того, что для солитона на фоне конденсата малые возмущения не могут быть ассоциированы с обычными частицами, так как асимптотика на больших расстояниях от центра солитона не совпадает с классическим вакуумом, и дисперсионные соотношения для возмущений имеют сложный вид.

В четвертой главе мы возвращаемся к Q-шарам в 3+1 измерениях и исследуем спектры малых возмущений над ними в модели с кусочно-параболическим потенциалом с плоским направлением и в модели со степенным потенциалом. В последнем случае аналитический анализ возможен в определенном диапазоне частот Q-шаров, для которого выполняется приближение тонкой стенки.

В секции 4.2 мы вкратце обсуждаем условия применимости квазиклассического приближения при описании солитонов и показываем, что в исследуемых нами моделях эти условия выполнены.

В секции 4.3 исследуются возмущения над классически устойчивым Q-шаром в модели с плоским потенциалом. Анзац для возмущений выбирается стандартным образом,

$$\psi(\mathbf{x},t) = (\psi_1^{(l)}(r)e^{i\gamma t} + \psi_2^{(l)}(r)e^{-i\gamma t})\, Y_{l,m}(\theta,\varphi)\,, \tag{11}$$

где $\gamma > 0$ и $\psi_1^{(l)}$, $\psi_2^{(l)}$ являются вещественными функциями радиальной координаты. Мы показываем, что спектр возмущений над решением с большим зарядом (находящимся у нижней границы диапазона частот) содержит мягкие моды, т. е., моды, энергия которых много меньше массы свободной частицы скалярного поля. Примечательно, что для решения из противоположной части диапазона частот, у границы устойчивости, имеется одна сферически-симметрическая вибрационная мода. Эта мода аналитически продолжается в неустойчивую область, где становится распадной модой. Также мы обнаруживаем, что Q-шары с промежуточными значениями ω могут не содержать связанных состояний, описываемых анзацем (11).

Начало секции 4.4 посвящено общему обсуждению условий применимости приближения тонкой стенки. Важным этапом при формулировке задачи является выбор тонкостенного анзаца для поля. Свободные параметры, содержащиеся в анзаце, фиксируются взятием (условного) экстремума функционала энергии после подстановки в него анзаца. Мы используем простейший тонкостенный анзац вида

$$f(r) = f_0 \theta\left(1 - \frac{r}{R}\right) . \qquad (12)$$

Здесь R задает положение стенки (т. е., размер Q-шара), а f_0— амплитуду поля во внутренней области солитона. Мы строим спектр возмущений над решением вида (12). Оказывается, что свойства спектра Q-шаров у нижней границы диапазона частот идентичны свойствам Q-шаров в теории с плоским потенциалом. Это позволяет предположить, что они, в действительности, модельно-независимы. Одним из таких свойств является общее число связанных состояний N. Мы показываем, что $N \sim R^3$, где R ассоциирован с размером солитона. Это соотношение вполне естественно с точки зрения квантовой механики. Заметим, однако, что уравнения на возмущения над комплексным решением не идентичны задаче на собственные значения эрмитова оператора, и аналогия с уравнением Шредингера, вообще говоря, неприменима.

В заключении к главе 4 мы суммируем результаты и обсуждаем их возможные применения.

В Заключении диссертации перечислены основные результаты работы.

Основные результаты

Для защиты выдвигаются следующие результаты:

1. Протяженные нетопологические солитоны, известные под названием Q-трубки, не являются классически устойчивыми, коль скоро их угловой момент не равен нулю. При этом частота α распадной моды, описываемой анзацем (6), в общем случае является комплексной величиной; это соответствует распаду трубки из возбужденного состояния. Что касается трубок с нулевым моментом, то для них справедлив критерий устойчивости (5), применимый для Q-шаров. Перечисленные результаты опубликованы в работе [29].
2. В теориях комплексного скалярного поля, допускающих наличие устойчивых Q-шаров, обычным также является наличие устойчивого конденсата. При больших зарядах имеется вырождение решений по этой величине, одним из решений при этом является неустойчивый Q-клауд. Выдвигается гипотеза о том, что Q-клауд есть седловая точка функционала энергии, соответствующая вершине энергетического барьера, разделяющего два устойчивых решения. В соответствии с этой гипотезой приводится формула для вероятности распада конденсата через сфалерон. Эти результаты содержатся в публикации [30].
3. Теории, содержащие Q-шары и устойчивый заряженный скалярный конденсат, могут также допускать наличие конфигураций, описывающих локальные неоднородности на фоне конденсата. Все виды Q-вещества описываются анзацем

$$\phi = f(r)e^{i\omega t}\,, \tag{13}$$

и разные промежутки значений ω отвечают разным видам решений. Энергия неоднородностей относительно энергии окружающего конденсата может быть как положительной, так и отрицательной. Приводится аргумент в пользу того, что локальные неоднородности конденсата классически неустойчивы. Данные выводы опубликованы в работе [31].

4. В теориях с плоским потенциалом Q-шары с большими зарядами содержат мягкие моды в спектре. При определенных значениях ω решение может не иметь связанных состояний, описываемых анзацем (11). Q-шары с частотами, близкими к границе устойчивости, имеют сферически-симметричную вибрационную моду, которая становится распадной модой при аналитическом продолжении в неустойчивую область. Общее число связанных состояний над Q-шаром с большим зарядом пропорционально объему солитона. Перечисленные результаты содержатся в препринте [32].

Цитированная литература

1. Zabusky N. J. Kruskal M. D. Interaction of 'Solitons' in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States // Phys. Rev. Lett. 1965. Т. 15. С. 240–243.
2. Rajaraman R. Solitons and instantons: An introduction to solitons and instantons in quantum field theory. 1982.
3. Coleman Sidney R. Classical Lumps and their Quantum Descendents // Subnucl. Ser. 1977. Т. 13. С. 297.
4. Hasegawa A., Matsumoto M. Optical Solitons in Fibers. Springer, Berlin, Heidelberg. Т. 9.
5. A.R. Bishop J.A. Krumhansl S.E. Trullinger. Solitons in condensed matter: A paradigm // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1980. Т. 1, № 1. С. 1 – 44.
6. Горбунов Д.С. Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной: теория горячего Большого взрыва. М.: УРСС, 2008.
7. Lee T. D., Pang Y. Nontopological solitons // Phys. Rept. 1992. Т. 221. С. 251–350. [,169(1991)].

8. Rosen G. Particlelike Solutions to Nonlinear Complex Scalar Field Theories with Positive-Definite Energy Densities // J.Math.Phys. 1968. T. 9. C. 996–999.

9. Coleman Sidney R. Q Balls // Nucl. Phys. 1985. T. B262. C. 263. [Erratum: Nucl. Phys.B269,744(1986)].

10. Gauged q Balls / Ki-Myeong Lee, Jaime A. Stein-Schabes, Richard Watkins [и др.] // Phys. Rev. 1989. T. D39. C. 1665.

11. Gulamov I. E., Nugaev E. Ya., Smolyakov M. N. Theory of $U(1)$ gauged Q-balls revisited // Phys. Rev. 2014. T. D89, № 8. C. 085006.

12. Kusenko Alexander. Solitons in the supersymmetric extensions of the standard model // Phys. Lett. 1997. T. B405. C. 108.

13. Affleck Ian, Dine Michael. A New Mechanism for Baryogenesis // Nucl. Phys. 1985. T. B249. C. 361–380.

14. Solitogenesis: Primordial Origin of Nontopological Solitons / Joshua A. Frieman, G. B. Gelmini, Marcelo Gleiser [и др.] // Phys. Rev. Lett. 1988. T. 60. C. 2101.

15. Kusenko Alexander, Shaposhnikov Mikhail E. Supersymmetric Q balls as dark matter // Phys. Lett. 1998. T. B418. C. 46–54.

16. Troitsky Sergey. Supermassive dark-matter Q-balls in galactic centers? // JCAP. 2016. T. 1611, № 11. C. 027.

17. Bunkov Yu. M., Volovik G. E. Magnons condensation into Q-ball in He-3 - B // Phys. Rev. Lett. 2007. T. 98. C. 265302.

18. Theodorakis Stavros. Analytic Q ball solutions in a parabolic-type potential // Phys. Rev. 2000. T. D61. C. 047701.

19. Schunck F. E., Mielke E. W. General relativistic boson stars // Class. Quant. Grav. 2003. T. 20. C. R301–R356.

20. Liebling Steven L., Palenzuela Carlos. Dynamical Boson Stars // Living Rev. Rel. 2012. T. 15. C. 6. [Living Rev. Rel.20,no.1,5(2017)].

21. Wise F. Di Trapani P. The hunt for light bullets - Spatiotemporal solitons. 2002. 02. T. 13. C. 28–32.

22. Zakharov V. E., Shabat A. B. // JETP. 1973. T. 37, № 5. C. 823.
23. Volkov Mikhail S., Wohnert Erik. Spinning Q balls // Phys. Rev. 2002. T. D66. C. 085003.
24. Alford Mark G. Q clouds // Nucl. Phys. 1988. T. B298. C. 323–332.
25. Manton N. S., Sutcliffe P. Topological solitons. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, 2004.
26. Bogomolny E. B., Vainshtein A. I. Stability of Strings in Gauge Abelian Theory // Sov. J. Nucl. Phys. 1976. T. 23. C. 588–591.
27. Levkov Dmitry, Nugaev Emin, Popescu Andrei. The fate of small classically stable Q-balls // JHEP. 2017. T. 12. C. 131.
28. Kusenko Alexander, Mazumdar Anupam. Gravitational waves from fragmentation of a primordial scalar condensate into Q-balls // Phys. Rev. Lett. 2008. T. 101. C. 211301.
29. Nugaev E., Shkerin A. Investigation of Q-tubes stability using the piecewise parabolic potential // Phys. Rev. 2014. T. D90, № 1. C. 016002.
30. Nugaev Emin, Shkerin Andrey. Toward the correspondence between Q-clouds and sphalerons // Phys. Lett. 2015. T. B747. C. 287–291
31. Nugaev E., Shkerin A., Smolyakov M. Q-holes // JHEP. 2016. T. 12. C. 032.
32. Kovtun A., Nugaev E., Shkerin A. On vibrational modes of Q-balls. 2018.

Научное издание

Шкерин Андрей Викторович

Солитоны и их классическая устойчивость
в теориях комплексного скалярного поля
с глобальной $U(1)$-симметрией

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук на тему

Ф-т 60x84/16   Уч.-изд.л. 1,0   Зак. № 22431   Тираж 80 экз.   Бесплатно
Печать цифровая

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт ядерных исследований Российской академии наук

Издательский отдел
117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а